Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду

Дано уравнение $16x^2 - 9y^2 - 54y - 64x - 161 = 0$. Определить тип кривой, ее параметры и сделать рисунок.

Сгруппируем переменные:

$$16x^2 - 64x - 9y^2 - 54y - 161 = 0$$

$$16(x^2 - 4x) - 9\left(y^2 + 6y\right) - 161 = 0$$

Дополним выражения, стоящие в скобках, до полного квадрата:

$$16(x^2 - 4x + 4 - 4) - 9\left(y^2 + 6y + 9 - 9\right) - 161 = 0$$

Учитывая $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$; $y^2 + 6y + 9 = (y+3)^2$, получим:

$$16\left((x-2)^2 - 4\right) - 9\left((y+3)^2 - 9\right) - 161 = 0$$

$$16(x-2)^2 - 64 - 9(y+3)^2 + 81 - 161 = 0$$

$$16(x-2)^2 - 9(y+3)^2 = 144$$

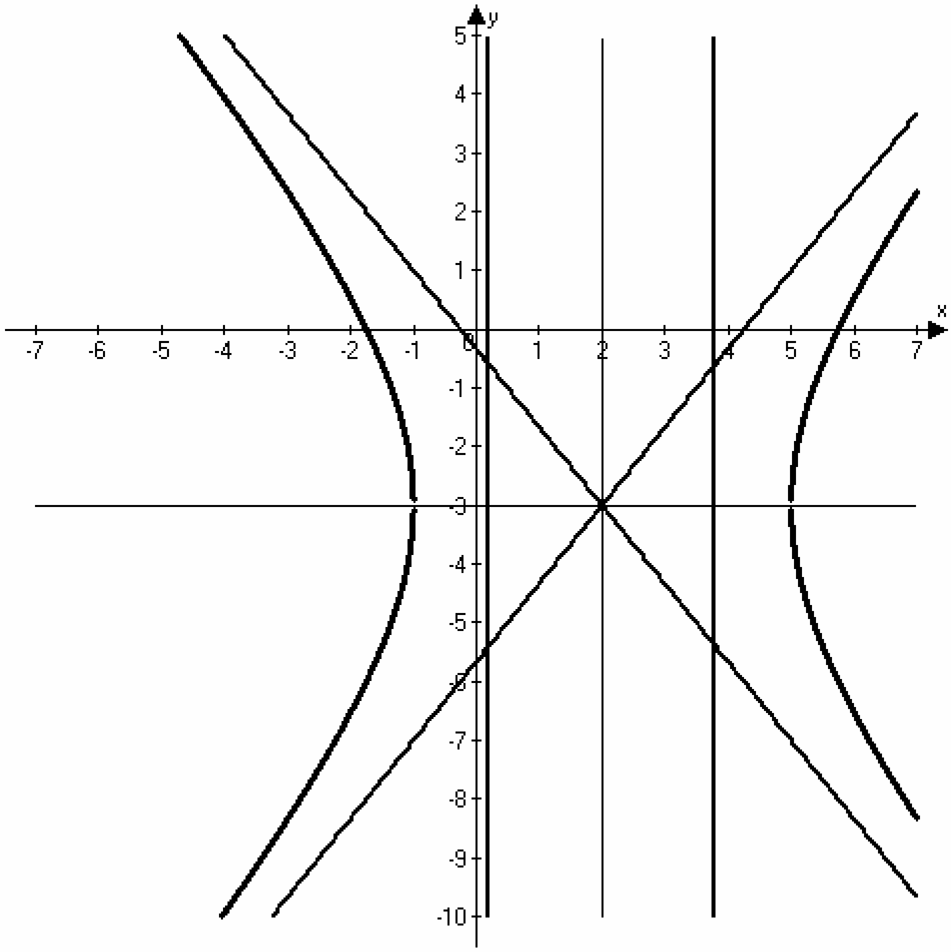
$$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$$

Уравнение $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$ определяет гиперболу с центром в точке $C(2;-3)$ и полуосями $a = 3;\ b = 4$. Оси данной гиперболы будут лежать на прямых $x = 2;\ y = -3$.

Определим параметр c: $c^2 = b^2 + a^2 = 16 + 9 = 25$, $c = 5$. Тогда эксцентриситет будет равен: $\varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$.

Асимптотами гиперболы будут прямые $y + 3 = \frac{4}{3}(x-2)$ и $y + 3 = -\frac{4}{3}(x-2)$, или, после очевидных преобразований $3y - 4x + 17 = 0$ и $3y + 4x + 1 = 0$.

Директрисами гиперболы будут прямые $x - 2 = \pm\frac{9}{5}$, или, что то же самое, прямые $x = \frac{1}{5}$ и $x = \frac{19}{5}$.



y
x
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
4
5
6
7