

Составим систему уравнений для расчета цепи по законам Кирхгофа

$$a \quad I_2 + I_3 + I_8 - I_5 = 0$$

$$b \quad -I_2 + I_4 - I_8 = 0$$

$$1 \quad I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 = E_4 - E_2 - E_3$$

$$2 \quad I_4 \cdot R_4 + I_8 \cdot (R_8 + R_9) + I_5 \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) = E_4 - E_5 - E_6$$

$$3 \quad I_5 \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) + I_3 \cdot (R_3) = E_3 - E_6 - E_5$$

Запишем составленную систему уравнений в матричной форме

$$A := \begin{pmatrix} I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & I_8 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ R_2 & -R_3 & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_4 & R_5 + R_6 + R_{12} & R_9 + R_8 \\ 0 & R_3 & 0 & R_5 + R_6 + R_{12} & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_4 - E_2 - E_3 \\ E_4 - E_5 - E_6 \\ E_3 - E_6 - E_5 \end{pmatrix}$$

$$M := A^{-1} \cdot B$$

$$M = \begin{pmatrix} -0.449 \\ -0.307 \\ -0.284 \\ -0.591 \\ 0.165 \end{pmatrix}$$

Запишем значения токов

$$I_2 := M_1 \quad I_2 = -0.449$$

$$I_3 := M_2 \quad I_3 = -0.307$$

$$I_4 := M_3 \quad I_4 = -0.284$$

$$I_5 := M_4 \quad I_5 = -0.591$$

$$I_8 := M_5 \quad I_8 = 0.165$$

2. Метод узловых потенциалов

Составим уравнения для расчета методом узловых потенциалов. При этом потенциал узла (а) принимаем равным 0

$$\phi_b \cdot \left(\frac{1}{R_9 + R_8} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} \right) - \phi_c \cdot \frac{1}{R_4} = \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_4}{R_4}$$

$$-\phi_b \cdot \frac{1}{R_4} + \phi_c \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{12} + R_6 + R_5} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{-E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4} - \frac{E_6 + E_5}{R_{12} + R_6 + R_5}$$

Запишем составленную систему уравнений в матричной форме

$$A := \begin{pmatrix} \frac{1}{R_9 + R_8} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2} & \frac{-1}{R_4} \\ \frac{-1}{R_4} & \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{12} + R_6 + R_5} + \frac{1}{R_3} \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_4}{R_4} \\ \frac{-E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4} - \frac{E_6 + E_5}{R_{12} + R_6 + R_5} \end{pmatrix}$$

$$M := A^{-1} \cdot B \quad M = \begin{pmatrix} 23.075 \\ -71.008 \end{pmatrix}$$

Потенциалы соответствующих узлов равны

$$\phi_b := M_1$$

$$\phi_c := M_2$$

Зная значения потенциалов узлов, найдем токи в ветвях

$$I_2 := \frac{\phi_b - E_2}{R_2} \quad I_2 = -0.449$$

$$I_3 := \frac{\phi_c + E_3}{R_3} \quad I_3 = -0.307$$

$$I_4 := \frac{\phi_c - \phi_b + E_4}{R_4} \quad I_4 = -0.284$$

$$I_5 := \frac{-\phi_c - E_5 - E_6}{R_5 + R_6 + R_{12}} \quad I_5 = -0.591$$

$$I_8 := \frac{\phi_b}{R_8 + R_9} \quad I_8 = 0.165$$

3. Метод контурных токов

Составим уравнения для расчета методом контурных токов

$$I_{11} \cdot (R_2 + R_4 + R_3) - I_{22} \cdot R_4 + I_{33} \cdot R_3 = E_4 - E_2 - E_3$$

$$-I_{11} \cdot R_4 + I_{22} \cdot (R_6 + R_{12} + R_5 + R_8 + R_9 + R_4) + I_{33} \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) = E_6 + E_5 - E_4$$

$$I_{11} \cdot R_3 + I_{22} \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) + I_{33} \cdot (R_{12} + R_6 + R_5 + R_3) = E_6 + E_5 - E_3$$

Запишем составленную систему уравнений в матричной форме

$$A := \begin{pmatrix} R_2 + R_4 + R_3 & -R_4 & R_3 \\ -R_4 & R_6 + R_{12} + R_5 + R_8 + R_9 + R_4 & R_5 + R_6 + R_{12} \\ R_3 & R_5 + R_6 + R_{12} & R_{12} + R_6 + R_5 + R_3 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} E_4 - E_2 - E_3 \\ E_6 + E_5 - E_4 \\ E_6 + E_5 - E_3 \end{pmatrix}$$

$$M := A^{-1} \cdot B \quad M = \begin{pmatrix} -0.449 \\ -0.165 \\ 0.756 \end{pmatrix}$$

Значения контурных токов

$$I_{11} := M_1$$

$$I_{22} := M_2$$

$$I_{33} := M_3$$

Зная значения контурных токов, найдем величины токов в ветвях

$$I_2 := I_{11} \quad I_2 = -0.449$$

$$I_3 := -(I_{33} + I_{11}) \quad I_3 = -0.307$$

$$I_4 := I_{11} - I_{22} \quad I_4 = -0.284$$

$$I_5 := -(I_{33} + I_{22}) \quad I_5 = -0.591$$

$$I_8 := -I_{22} \quad I_8 = 0.165$$

Для оценки правильности расчет, найденные значения токов в ветвях подставив в одно из уравнений составленных по законам Кирхгофа

$$I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 + I_8 \cdot (R_8 + R_9) + I_5 \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) = E_3 + E_2 - E_5 - E_6$$

$$I_3 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_2 + I_8 \cdot (R_8 + R_9) + I_5 \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) = -42$$

$$E_3 + E_2 - E_5 - E_6 = -42$$

Левые и правые части уравнений равны, следовательно расчёты верны

4. Баланс мощностей

Для оценки правильности расчетов, определим мощность источников едс и мощность потребителей

Мощность источников едс равна

$$P_{\text{ист}} := E_2 \cdot |I_2| + E_3 \cdot |I_3| + E_4 \cdot |I_4| + (E_6 + E_5) \cdot |I_5|$$

$$P_{\text{ист}} = 133.898$$

Мощность потребителей

$$P_{\text{потр}} := I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot (R_5 + R_6 + R_{12}) + I_8^2 \cdot (R_8 + R_9)$$

$$P_{\text{потр}} = 113.898$$

Мощность источников едс и мощность потребителей равны между собой, следовательно, рассчитанные значения токов верны.